

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

«Кемеровский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»



«18» декабря 2023 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

в магистратуру по направлению подготовки

02.04.01 Математика и компьютерные науки

Профиль (направленность) подготовки

Математические основы компьютерной безопасности

КЕМЕРОВО 2023

Целью вступительных испытаний Математика и компьютерные науки является определение теоретической и практической подготовленности поступающего к выполнению профессиональных задач, установленных Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС), то есть комплексная оценка компетенций в области Математики и компьютерных наук и их реализация в конкретной магистерской программе.

Форма проведения вступительных испытаний: *тест*.

Результаты оцениваются по 100-балльной шкале.

В испытаниях варианты тестовых заданий по 16 вопросов (заданий) в каждом варианте.

Нижний порог прохождения – 30 баллов.

Во время экзамена запрещено пользоваться учебниками, конспектами, другой литературой, а также техническими средствами связи.

В программе представлены:

- образцы тестов и их оценка;
- содержание блоков тем, на основе которых составлены тесты;
- основная и дополнительная литература.

Апелляции по вступительным испытаниям принимаются на следующий день после опубликования результатов.

Образцы тестов и их оценка

1. Ядро и образ линейного отображения векторных пространств.
2. Какое отображение называется линейным?
3. Понятие евклидова пространства.
4. Понятие ортонормированного базиса.
5. Формула Грина.
6. Как находится радиус сходимости степенного ряда?
7. Что такое комплексное число, модуль и аргумент комплексного числа?
8. Множества A, B, C содержат три, шесть и четыре элемента соответственно. Число способов, которыми можно составить тройку элементов из каждого множества, равно:
1) 13 2) 72 3) 36 4) 30
9. Выберите правильный вариант. Пользовательский тип данных, объединяющий данные и методы обработки:
1) Класс 2) Объект 3) Экземпляр 4) Паттерн
10. Выберите правильный вариант. Операция формирования нового отношения, включающего только те кортежи первоначального отношения, которые удовлетворяют некоторому условию, называется:
1) Выборкой 2) Объединением
3) Пересечением 4) Соединением
11. Найти производную функции $f(x) = \frac{\sin(2^x)}{\cos(x^2)}$.
12. Найти интеграл $\int \ln x dx$.
13. Неориентированный граф задан списком ребер: (1, 2), (2, 3), (1, 5), (4, 3), (1, 4). Его матрицей смежности является матрица:
1) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
14. В группе 12 девушек и 5 юношей. Число способов, которыми можно составить танцевальную пару, равно:
1) 125 2) 512 3) 60 4) 17
15. Разработать алгоритм, готовый к программированию, для поиска корня одномерной функции в ограниченной области.
16. После просмотра фильма зрители по очереди оценивали фильм целым числом баллов от 0 до 20. В каждый момент времени рейтинг фильма вычислялся

как сумма всех выставленных оценок, делённая на их количество. В некоторый момент времени T рейтинг оказался целым числом, а затем с каждым новым проголосовавшим зрителем он уменьшался на единицу. Какое наибольшее количество зрителей могло проголосовать после момента T ?

Варианты оценивания ответов

Вопросы 1-10 оцениваются максимально в 2 балла. Критерии оценки:

0 баллов – ответ не дан.

1 балл – дан неполный правильный ответ.

2 балла – дан полный правильный ответ.

Вопрос 4. Понятие евклидова пространства.

Правильный ответ – 2 балла, неправильный ответ – 0 баллов.

Правильный ответ: Векторное пространство V называется евклидовым, если на нем задано скалярное произведение, т.е. билинейная симметричная положительно определенная функция двух векторных аргументов.

Вопрос 5. Понятие ортонормированного базиса.

Правильный ответ – 2 балла, неправильный ответ – 0 баллов.

Правильный ответ: Базис в евклидовом пространстве называется ортонормированным, если все его векторы взаимно ортогональны и имеют длину, равную единице.

Вопросы 11-14 Оцениваются максимально в 10 баллов. Критерии оценки:

0 баллов – ответ не дан.

1-5 баллов – выбран правильный алгоритм (метод) решения, правильно определены начальные данные (при необходимости), выполнено несколько шагов решения.

6-8 баллов - правильный алгоритм (метод) решения, правильно определены начальные данные (при необходимости), выполнено решение, ошибки в расчетах.

9-10 баллов - правильный алгоритм (метод) решения, правильно определены начальные данные (при необходимости), выполнено решение, правильно оформлен результат.

Вопрос 12. Найти интеграл $\int \ln x dx$.

Этапы оценивания решения.

5 баллов. Правильно определен метод нахождения первообразной – метод

интегрирования по частям, верно определено: $U = \ln x, dV = dx$, записана формула $\int U dV = UV - \int V dU$.

8 баллов. При вычислении допущена неточность.

10 баллов. Верное решение: $\int \ln x dx = \left[U = \ln x, dV = dx, dU = \frac{dx}{x}, V = x \right] = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + c$.

Задачи 15-16 с вариантами ответов в письменной форме (ситуационные задачи) максимально оценивается в 20 баллов. Критерии оценки:

0 баллов ставится, если абитуриент не приступал к решению задачи.

3-5 баллов - ставится, если в ситуационной задаче поставлена проблема.

6-8 баллов – если построена математическая модель задачи.

9-14 баллов – в задаче построена модель и проведено решение одного из этапов задачи.

15 баллов – задача решена, но содержатся неточности или ошибки в расчётах.

20 баллов – полное правильное решение задачи.

Вопрос 16. После просмотра фильма зрители по очереди оценивали фильм целым числом баллов от 0 до 10. В каждый момент времени рейтинг фильма вычислялся как сумма всех выставленных оценок, делённая на их количество. В некоторый момент времени T рейтинг оказался целым числом, а затем с каждым новым проголосовавшим зрителем он уменьшался на единицу. Какое наибольшее количество зрителей могло проголосовать после момента T ?

Этапы оценивания решения.

5 баллов. Введены необходимые переменные: k – число проголосовавших зрителей, n_1, n_2, \dots, n_k – выставленные ими оценки. Составлена формула для вычисления рейтинга T .

8 баллов. Составлена формула для вычисления рейтинга T . Доказано, из какого максимального значения рейтинга (указанного в задаче целого значения T) должны исходить для получения наибольшее количество зрителей. Указано, при каких значениях n_1, n_2, \dots, n_k это достигается.

14 баллов. Представлено решение в частном случае, когда максимальное значение рейтинга 10 при одном проголосовавшем.

15 баллов. Дополнительно доказано, что наибольшее количество зрителей может быть получено только в том случае, когда мы исходим из максимального значения рейтинга 10 при одном проголосовавшем.

20 баллов – полное правильное решение задачи.

Содержание блоков тем, на основе которых составлены тесты

1. Алгебра

Понятие группы, кольца и поля. Поле комплексных чисел. Кольцо

многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Кратность корня многочлена, ее связь со значениями производных. Разложение многочлена на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел. Формулы Виета; наибольший общий делитель многочленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены.

Группа подстановок, четность подстановки. Циклические группы. Разложение группы на смежные классы по подгруппе.

Векторные пространства, базис и размерность. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямые суммы.

Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному виду. Закон инерции. Положительно определенные квадратичные формы.

Линейные отображения векторных пространств, их задание матрицами. Ядро и образ линейного отображения. Матрицы оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные значения. Достаточные условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду. Понятие о жордановой нормальной форме.

Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Ортогональные и унитарные матрицы. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Соответствие между билинейными формами и линейными операторами. Приведение квадратичной формы к главным осям.

2. Математический анализ

Действительные числа. Полнота множества \mathbf{R} . Существование точной верхней (нижней) грани числового множества, принцип вложенных отрезков.

Предел числовой последовательности, основные свойства сходящихся последовательностей и признаки существования предела. Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Предел монотонной последовательности. Подпоследовательности, верхний и нижний пределы. Критерий Коши существования предела.

Предел функции в точке, основные свойства. Непрерывные функции. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность композиции. Свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, Кантора, о промежуточном значении).

Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Раскрытие неопределенностей. Локальная формула Тейлора. Разложения элементарных функций. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Применение

дифференциального исчисления к исследованию функций: признаки постоянства, монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты.

Определенный интеграл Римана. Суммы Римана и Дарбу. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Существование первообразной от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница, Замена переменной, интегрирование по частям. Длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.

Функции многих переменных. Евклидово пространство n измерений. Основные метрические и топологические характеристики множеств евклидова пространства, открытые и замкнутые множества и их свойства. Предел, непрерывность функции многих переменных. Свойства непрерывных функций. Дифференцируемость функции, дифференциал и частные производные функции многих переменных. Производная по направлению, градиент. Дифференцирование сложных функций. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальные экстремумы, необходимые условия, достаточные условия локального экстремума.

Числовые ряды. Сходимость и сумма числового ряда, критерий Коши. Знакопостоянные ряды, теоремы сравнения. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Понятие о бесконечных произведениях.

Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Свойства предельной функции функциональной последовательности и суммы функционального ряда. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Свойства суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряды с комплексными членами, формулы Эйлера.

Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций, признаки сходимости.

Ряды Фурье. Ортогональные системы функций, тригонометрическая система. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Принцип локализации. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье. Равенство Парсеваля.

Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.

Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Остроградского. Формула Стокса.

3. Теория функций комплексного переменного

Комплексные числа, модуль и аргумент. Сфера Римана. Евклидова и сферическая метрика. Топология на \mathbb{C} , области, пути и кривые на \mathbb{C} .

Предел функции, непрерывность в \mathbb{C} и в расширенной комплексной плоскости. \mathbb{C} -дифференцируемость, аналитичность функции. Условия Коши-Римана. Свойства аналитических функций. Критерий аналитичности для класса непрерывно дифференцируемых функций. Конформные и локально-конформные отображения. Геометрический смысл модуля и аргумента для производной от аналитической функции. Гидродинамическая и геометрическая интерпретация для аналитической функции. Комплексный потенциал векторных полей на плоскости.

Степенные ряды, аналитичность суммы степенного ряда, почленное дифференцирование степенных рядов. Гармонические функции. Свойства гармонических функций. Степенная функция, экспоненциальная функция и им обратные. Функция Жуковского. Многозначные аналитические функции. Дробно-линейные отображения, Основные свойства. Круговое свойство. Симметрия. Инверсии. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы.

4. Дискретная математика

Отношения Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, отношение порядка.

Соответствия Свойства соответствия. Взаимно однозначные соответствия.

Комбинаторика. Число перестановок, размещений, сочетаний. Решение унарной задачи.

Основные понятия теории графов. Основные понятия теории графов. Типы и способы задания графов. Изоморфизм, связность. Локальные степени вершин графов. Части графов, операции над частями графов.

Маршруты, расстояния, связность. Обходы. Расстояние, диаметр, центр. Нахождение минимального пути в графе. Разделяющие множества и разрезы. Задачи об обходах. Эйлеров, Гамильтонов граф. Задача о кратчайшем пути.

Деревья. Характеристические числа графа. Деревья и их свойства. Теоремы о деревьях. Ориентация дерева. Характеристические числа графов: цикломатическое число, число внутренней устойчивости, число внешней устойчивости.

5. Информатика

Системы счисления. Алгоритмы и их свойства. Основные структуры данных, алгоритмы поиска и сортировки. Структуры данных: списки, очереди, стеки, множества, графы, деревья. Последовательный и бинарный поиск, поиск в двоичном дереве, устранение коллизий. Элементы языка SQL. Расширения языка SQL. Стандартный интерфейс манипуляции с данными. Целостность по ссылкам.

Общие принципы поддержания целостности данных в реляционной модели. Целостность сущностей. Первичный и внешний ключи. Информационное моделирование. Операционное и прикладное ПО.

6. Программирование

Базисные типы данных в традиционных языках программирования. Правила передачи параметров. Инкапсуляция. Абстрактные типы данных. Имена в языках программирования. Описания и области действия. Правила видимости. Перекрывание имен и видимость. Процедуры, функции и модули. Организация ввода-вывода в языках программирования. Сложные структуры данных. Тип «указатель» и ссылочный тип. Реализация алгоритмов работы с динамическими структурами (списки, очереди, двоичные деревья).

Основная и дополнительная литература

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. УРСС, 2001.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977.
3. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. Москва, МГУ, 1967.
4. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М., Наука, 1974.
5. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. - М.: Наука, 2010.
6. Зорич В.А. Математический анализ. Том 1. М.: МЦНМО, 2012.
7. Зорич В.А. Математический анализ. Том 2. М.: МЦНМО, 2012.
8. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. - М.: Высшая школа, 2000.
9. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по мат.анализу, М.:Наука, 1972г. (и другие издания).
10. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. М. Лань 1, 2012.
11. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. 15-е изд. Лань М., 2012.
12. Краснов М. Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. Академия 2012.
13. Маркушевич А.И. Краткий курс аналитических функций. М.: Паука, 1978.
14. Лаврентьев М.А., Шабат В.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
15. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович.И.Г. "Сборник задач по теории функций комплексного переменного". Москва: Наука, 1972.
16. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
17. Треногин В.А. Функциональный анализ. ФИЗМАТЛИТ, 2002.
18. Федоров В. М. Курс функционального анализа. Лань, 2005.
19. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.

20. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2008.
21. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Изд-во МГУ, 1984.
22. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1974.
23. Гутова, С. Г. Дискретная математика : учебное пособие / С. Г. Гутова, Е. С. Каган, М. А. Новосельцева. — Кемерово : КемГУ, [б. г.]. — Часть 2 — 2022. — 485 с. — ISBN 978-5-8353-2894-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — [URL:https://e.lanbook.com/book/253241](https://e.lanbook.com/book/253241)
24. Гутова, С. Г. Дискретная математика : учебное пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2019 — Часть 1 — 2019. — 491 с. — ISBN 978-5-8353-2429-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/1352035>
25. Гутова, С. Г. Дискретная математика и математическая логика : учебное пособие / С. Г. Гутова, Е. С. Каган. — Кемерово : КемГУ, 2019. — 285 с. — ISBN 978-5-8353-2550-4. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/135218>
26. Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / И. А. Мальцев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8615-1. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179040>
27. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике. [Электронный ресурс] / Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 416 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2157>
28. Гутова, С. Г. Основы дискретной математики. : учебное пособие / С. Г. Гутова. — Кемерово : КемГУ, 2019 — Часть 2 — 2019. — 85 с. — ISBN 978- 5-8353-2542-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/156123>
29. Г. Гагарина, Е. В. Кокорина, Б. Д. Виснадул. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2012. - 399 с.
30. Безручко, В. Т. Информатика : (курс лекций): учеб. пособие / В. Т. Безручко. - М. : ФОРУМ - ИНФРА-М, 2009. - 431 с. 20.
31. Информатика. Базовый курс : учеб. пособие для втузов / под ред. С. В. Симоновича. - 3е изд. - СПб. : Питер, 2012. - 637 с.
32. Забуга А.А. Теоретические основы информатики. - режим доступа: https://aldebaran.ru/author/a_zabuga_a/kniga_teoreticheskie_osnovyi_inform_atiki/
33. Хорев, П. Б. Объектно-ориентированное программирование: учеб. пособие / П. Б. Хорев. - 3-е изд., испр. - М. : Академия, 2011. - 447 с.
34. Гудов, А. М. Базы данных и системы управления базами данных. Программирование на языке PL/SQL : учеб. пособие / А. М. Гудов, С. Ю. Завозкин, Т. С. Рейн ; Кемеровский гос. ун-т. - Кемерово : ИНТ, 2010. - 133с.
35. Советов, Б. Я. Базы данных. Теория и практика : учебник / Б. Я. Советов, В. В. Цехановский, В. Д. Чертовской. - 2-е изд. - М. : Юрайт, 2012. - 463 с.

36. Любимский Э.З., Мартынюк В.В., Трифонов Н.П. Программирование. М.: Наука, 1980.
37. Вирт Н. Алгоритмы + структура данных = программа. М.: Мир, 1985.
38. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 1. Основные алгоритмы. М.: Мир, 1976.
39. Поляков Д.Б., Круглов И.Ю. Программирование в среде Турбо Паскаль. М.: Изд-во МАИ, 1992.
40. Керниган Б., Ричи Д. Язык Си. М.: Финансы и статистика, 1990.
41. Стауструп Б., Эллис М. Справочное руководство по языку C++ с комментариями. М: Мир, 1992.

Составитель: Гудов А.М., д.т.н., заведующий кафедрой фундаментальной математики